

Определение будущей стоимости на основе постоянной процентной ставки

Задача 1.

Постановка задачи.

На банковский счет под 11,5% годовых внесли 37000 руб. Определить размер вклада по истечении 3 лет, если проценты начисляются каждые полгода.

Алгоритм решения задачи.

Поскольку необходимо рассчитать единую сумму вклада на основе постоянной процентной ставки, то используем функцию БС (ставка; кпер; плт; пс; тип). Опишем способы задания аргументов данной функции.

В связи с тем, что проценты начисляются каждые полгода, аргумент ставка равен $11,5\%/2$. Общее число периодов начисления равно $3*2$ (аргумент кпер). Если решать данную задачу с точки зрения вкладчика, то аргумент пс (начальная стоимость вклада) равный 37 000 руб., задается в виде отрицательной величины (- 37 000), поскольку для вкладчика это отток его денежных средств (вложение средств). Если рассматривать решение данной задачи с точки зрения банка, то данный аргумент (пс) должен быть задан в виде положительной величины, т.к. означает поступление средств в банк.

Аргумент плт отсутствует, т.к. вклад не пополняется. Аргумент тип равен 0, т.к. в подобных операциях проценты начисляются в конце каждого периода (задается по умолчанию). Тогда к концу 3-го года на банковском счете имеем:

= БС (11,5%/2;3*2;;-37 000) = 51 746,86 руб., с точки зрения вкладчика это доход,

= БС (11,5%/2;3*2;;37 000) = - 51 746,86 руб., с точки зрения банка это расход, т.е. возврат денег банком вкладчику.

На практике, в зависимости от условий финансовой сделки проценты могут начисляться несколько раз в год, например, ежемесячно,

ежеквартально и т.д. Если процент начисляется несколько раз в год, то необходимо определение общего числа периодов начисления процентов и ставки процента за период начисления. В таблице 4.3 приведены данные для наиболее распространенных методов внутригодового учета процентов.

Таблица 4.3.

Расчет данных для различных вариантов начисления процентов

Метод начисления процентов	Общее число периодов начисления процентов	Процентная ставка за период начисления, %
Ежегодный	N	K
Полугодовой	N*2	K/2
Квартальный	N*4	K/4
Месячный	N*12	K/12
Ежедневный	N*365	K/365

Этот же расчет можно выполнить по формуле:

$$Bc = Pc \cdot (1 + Ставка)^{K_{нep}} \quad (4.1),$$

где: Bc – будущая стоимость (значение) вклада;

Pc – текущая стоимость вклада;

$K_{нep}$ – общее число периодов начисления процентов;

$Ставка$ – процентная ставка по вкладу за период.

Подставив в формулу числовые данные, получим:

$$Bc = 37000 \cdot \left(1 + \frac{0,115}{2}\right)^{32} = 51746,86$$

Примечания.

1. При аналитических вычислениях в Excel с помощью функций, связанных с аннуитетом, – БЗРАСПИС, БС, ОБЩДОХОД, ОБЩПЛАТ, ОСПЛТ, ПЛТ, ПРПЛТ, ПС, СТАВКА, ЧИСТВНДОХ, ЧИСТНЗ – используется следующее основное уравнение:

$$Pc \cdot (1 + Ставка)^{K_{нep}} + Плт \cdot (1 + Ставка \cdot T_{ин}) \cdot \frac{((1 + Ставка)^{K_{нep}} - 1)}{Ставка} + Bc = 0 \quad (4.2),$$

в котором наименования параметров *Пс*, *Ставка*, *Кпер*, *Плт*, *Бс* соответствуют описаниям из таблицы 4.2 (и, соответственно, одноименным встроенным функциям), а параметр *Тип* определяет обязательность выплаты платежей в начале периода (1) или выплату обычных платежей в конце периода (0).

2. Из уравнения (4.2) могут быть выражены значения *бс*, *пс*, *ставка*, *кпер*, *плт* через другие параметры. Эти выражения используются соответствующими функциями Excel.

3. Если *ставка* равна 0, вместо уравнения (4.2) используется уравнение:

$$Плт \cdot Кпер + Пс + Бс = 0 \quad (4.3)$$

4. Если формула (4.1) не предусматривает задание денежных потоков, идущих от клиента, со знаком минус, то в формулах (4.2) и (4.3) это учтено.

Нахождение решения задачи 1 по формуле (4.2) дает тот же результат. Иллюстрация решения приведена на рис. 4.1.

	А	В	С	Д	Е	Ф
1	Задача. Вычисление будущей стоимости вклада					
2						
3	Вклад	пс	-37 000,00р.			
4	Периодический платеж	плт	0			
5	Процентная ставка, годовая		11,50%			
6	Начислений процентов за год		2			
7	Процентная ставка, за период	ставка	5,75%			
8	Срок вклада, лет		3			
9	Общее число периодов	кпер	6			
10	Обязательность платежей	тип	0			
11	Будущее значение вклада	бс	51 746,86р.		51 746,86р.	
12						
13						
14						
15						

Расчет с помощью функции БС:
 =БС(С7;С9;С4;С3;С10)

Аналитический расчет по формуле:
 =-(С3*(1+С7)^С9+С4*(1+С7*С10)*((1+С7)^С9-1)/С7)

Рис. 4.1. Фрагмент листа Excel с решением задачи о нахождении будущего размера вклада

Задача 2.

Постановка задачи.

Определить, сколько денег окажется на банковском счете, если ежегодно в течение 5 лет под 17% годовых вносится 20 тыс. руб. Вносы осуществляются в начале каждого года.

Алгоритм решения задачи.

Поскольку следует рассчитать будущую стоимость фиксированных периодических выплат на основе постоянной процентной ставки, то воспользуемся функцией БС со следующими аргументами:

$$= \text{БС}(17\%;5;-20000;;1) = 164\,136,96 \text{ руб.}$$

Если бы взносы осуществлялись в конце каждого года, результат был бы:

$$= \text{БС}(17\%;5;-20000) = 140\,288 \text{ руб.}$$

В рассмотренной функции не используется аргумент пс, т.к. первоначально на счете денег не было.

Решение задачи может быть найдено с использованием формулы:

$$\begin{aligned} \text{Бс} &= \text{Плт} \cdot \sum_{i=1}^{\text{Кпер}} (1 + \text{Ставка})^i = & (4.4), \\ &= \text{Плт} \cdot (1 + \text{Ставка}) + \text{Плт} \cdot (1 + \text{Ставка})^2 + \dots + \text{Плт} \cdot (1 + \text{Ставка})^{\text{Кпер}} \end{aligned}$$

где: *Бс* – будущая стоимость потока фиксированных периодических платежей;

Плт – фиксированная периодическая сумма платежа;

Кпер – общее число периодов выплат;

Ставка – постоянная процентная ставка;

i – номер текущего периода выплаты платежа.

Результат аналитического вычисления:

$$\text{Бс} = 20000 \cdot ((1 + 0,17) + (1 + 0,17)^2 + (1 + 0,17)^3 + (1 + 0,17)^4 + (1 + 0,17)^5) = 164136,96$$

Задача 3.

Постановка задачи.

Достаточно ли положить на счет 85 000 руб. для приобретения через 5 лет легкового автомобиля стоимостью 160 000 руб.? Банк начисляет проценты ежеквартально, годовая ставка 12%.

Произвести расчеты при разных вариантах процентной ставки.

Алгоритм решения задачи.

Поскольку требуется найти будущее значение суммы вклада через 5 лет, для решения поставленной задачи воспользуемся функцией БС. Получим:

$$=БС(12\%/4;5*4;;-85000; 0)= 153 519,45р.$$

Как видим, найденная сумма недостаточна для совершения покупки. Чтобы осуществить мечту, существует два варианта: первоначально положить на счет большую сумму или воспользоваться банком, где предусмотрена большая процентная ставка. Внесение дополнительных платежей рассматривать не будем.

1 вариант.

Для определения необходимой суммы исходные данные задачи представим в виде таблицы и воспользуемся средством *Подбор параметра* из меню команды Сервис.

Иллюстрация решения представлена на рис. 4.2.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Задача 3						
2							
3	Первоначальный взнос	85 000,00р.					
4	Ставка, годовая	12%					
5	Срок, лет	5					
6	Начислений процентов, в год	4					
7	Будущее значение вклада	153 519,45р.					
8							
9							
10							

Рис. 4.2. Фрагмент окна Excel с заполненными полями подбора параметров

После подтверждения введенных данных в ячейке В7 установится значение 160 000,00р., а в ячейке В3 отобразится результат – 88 588,12р.

2 вариант.

В данном случае также можно применить средство *Подбор параметра*, изменяя ячейку, в которой находится процентная ставка. Однако для анализа влияния процентной ставки на зависящую от нее формулу расчета будущей суммы вклада воспользуемся другим средством – *Таблицей подстановки* из меню команды Сервис.

В дополнение к исходным данным задачи, представленным в виде таблицы, наметим контуры будущей таблицы подстановки: укажем наименования столбцов, в ячейки D9:D16 введем процентные ставки (входы в нашу таблицу подстановки будут размещаться слева в строках), а в ячейку E8 введем формулу расчета будущего значения единой суммы вклада. Затем выполним необходимые действия по инициализации средства Таблица подстановки и внесения в соответствующее поле подстановки по строкам значения адреса ячейки с процентной ставкой.

Иллюстрация окна Excel после задания параметров для таблицы подстановки, а также контрольные значения искомых результатов представлены на рис. 4.3.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Задача 3						
2							
3	Первоначальный взнос	85 000,00р.					
4	Ставка, годовая	12%					
5	Срок, лет		5				
6	Начислений процентов, в год		4				
7	Будущее значение вклада	153 519,45р.					
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							

Ставка	Будущее значение вклада	Контрольные значения
	153 519,45р.	153 519,45р.
10%		139 282,40р.
10,50%		142 719,18р.
11%		146 236,42р.
11,50%		149 835,90р.
12%		153 519,45р.
12,50%		157 288,93р.
13%		161 146,22р.
13,50%		165 093,27р.

Рис. 4.3. Фрагмент окна Excel с заполненными полями таблицы подстановки

После подтверждения в диалоговом окне заданных параметров таблицы подстановки в диапазоне ячеек E9:E16 автоматически появятся результаты, полностью совпадающие с контрольными значениями.

Из результатов следует, что годовые ставки менее 13% не обеспечивают рост вклада до требуемой величины, равной 160 000 р.

При ставке 13% значение вклада вырастет до 161 146,22р., а ставка 13,5% обеспечивает рост вклада до 165 093,27р.